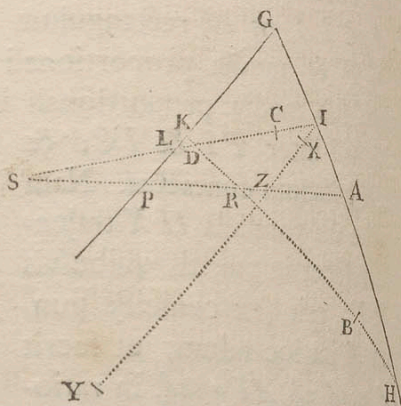


PROPOSITIO XXIV PROBLEMA XVI.

Trajectoriam describere, quæ transibit per data tria puncta, & rectas duas positione datas continget.

Dentur tangentes HI , KL & puncta B , C , D . Per punctorum duo quævis B , D age rectam infinitam BD tangentibus occurrentem in punctis H , K . Deinde etiam per alia duo quævis C , D age infinitam CD tangentibus occurrentem in punctis I , L . Actas ita secas in R & S , ut sit HR ad KR ut est media proportionalis inter BH & HD ad mediam proportionalem inter BK & KD ; & IS ad LS ut est media proportionalis inter CI & ID ad mediam proportionalem inter CL & LD . Seca autem pro lubitu vel inter puncta K & H , I & L , vel extra eadem; dein age RS secantem tangentes in A & P , & erunt A & P puncta contactuum. Nam si A & P supponantur esse puncta contactuum alicubi in tangentibus sita; & per punctorum H , I , K , L quodvis I , in tangente alterutra HI situm, agatur recta IT tangenti alteri KL parallela, quæ occurrat curvæ in X & T , & in ea sumatur IZ media proportionalis inter IX & IT : erit, ex conicis, rectangulum XIT seu IZ quad. ad LP quad. ut rectangulum CID ad rectangulum CLD , id est (per constructionem) ut SI quad. ad SL quad. atque ideo IZ ad LP ut SI ad SL . Jacent ergo puncta S , P , Z in una recta. Porro tangentibus concurrentibus in G , erit (ex conicis) rectangulum XIT seu IZ quad. ad IA quad. ut GP quad. ad GA quad. ideoque IZ ad IA ut GP ad GA . Jacent ergo puncta P , Z & A in una recta, ideoque puncta S , P & A sunt in una recta. Et eodem argumento probabitur quod puncta R , P & A sunt in una recta. Jacent igitur puncta contactuum A & P in recta RS . Hisce autem inventis, trajectoria describetur ut in casu primo problematis superioris. *Q. E. F.*



PRINCIPIA MATHEMATICA.

In hac propositione, & casu secundo propositionis superioris constructiones eadem sunt, sive recta XT trajectoriam fecit in X & T , sive non fecit; eæque non pendent ab hac sectione. Sed demonstratis constructionibus ubi recta illa trajectoriam secat, innotescunt constructiones, ubi non secat; iisque ultra demonstrandis brevitatis gratia non immoror.

LEMMA XXII.

Figuras in alias ejusdem generis figuras mutare.

Transmutanda sit figura quævis HGI . Ducantur pro lubitu rectæ duæ parallelæ AO , BL tertiam quamvis positione datam AB secantes in A & B , & a figuræ puncto quovis G , ad rectam AB ducatur quævis GD , ipsi OA parallela. Deinde a puncto aliquo O , in linea OA dato, ad punctum D ducatur recta OD , ipsi BL occurrens in d , & a puncto occursus erigatur recta dg datum quemvis angulum cum recta BL continens, atque eam habens rationem ad Od quam habet DG ad OD ; & erit g punctum in figura nova hgi puncto G respondens. Eadem ratione puncta singula figuræ primæ dabunt puncta totidem figuræ novæ. Concipe igitur punctum G motu continuo percurrere puncta omnia figuræ primæ, & punctum g motu itidem continuo percurreret puncta omnia figuræ novæ & eandem describeret. Distinctionis gratia nominemus DG ordinatam primam, dg ordinatam novam; AD abscissam primam, ad abscissam novam; O polum, OD radium abscindentem, OA radium ordinatum primum, & oa (quo parallelogrammum $OABa$ completur) radium ordinatum novum.

Dico jam quod, si punctum G tangit rectam lineam positione datam, punctum g tanget etiam lineam rectam positione datam. Si punctum G tangit conicam sectionem, punctum g tanget etiam conicam sectionem. Conicis sectionibus hic circulum annuero. Porro

